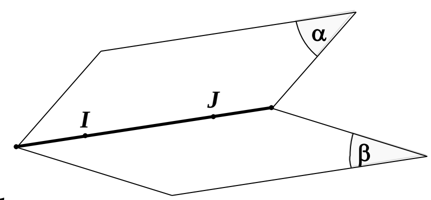
CHƯƠNG II.
ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

Chủ đề 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

Dạng toán 1: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

Phương pháp:

*Muốn tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) ta đi tìm **hai điểm chung** I; J của $mp(\alpha)$ và $mp(\beta)$.*



Kí hiệu: $mp(\alpha)\cap mp(\beta)=IJ$

Khi tìm điểm chung ta chú ý:

- Cách gọi tên hai mặt phẳng để phát hiện điểm chung.
- $M\in d$ và d $\subset mp(\alpha)\Rightarrow M\in(\alpha)$
- $\begin{cases} a\cap b=\{M\}\in(P) \\ a\subset(\alpha);b\subset(\alpha)\end{cases}\Rightarrow M$ là điểm chung của (*P*) và (α).

BÀI TẬP:

Bài tập 1: Cho tứ diện *ABCD* với *E* là trung điểm của *AB*. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng *(ECD)* với các mặt phẳng *(ABC), (ABD), (BCD), (ACD).*

Bài tập 2: Cho tứ diện *SABC* và một điểm *I* trên đoạn *SA*, *d* là đường thẳng trong *(ABC)* cắt *AB*, *BC* tại *J* và *K*. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (*I* ;*d*) với các mặt phẳng sau: (SAB), (SAC), (SBC).

Bài tập 3: Cho tứ giác lồi *ABCD* với hai cặp cạnh đối không song song và điểm *S* không nằm trong mặt phẳng chứa tứ giác. Tìm giao tuyến của các mặt phẳng:

a) *(SAC)* và *(SBD).* b) *(SAB)* và *(SCD).* c) *(SAD)* và *(SBC).*

Bài tập 4: Cho hình chóp *S.ABCDE*. Hãy xác định giao tuyến của mặt phẳng *(SAC)* với các mặt phẳng *(SAD), (SCE).*

Bài tập 5: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là một tứ giác lồi, *M* là điểm trên cạnh *CD*. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) *(SAM)* và *(SBD).* b) *(SBM)* và *(SAC).*

Bài tập 6: Cho tứ diện *ABCD*, *M* là điểm thuộc *miền trong* tam giác *ABC*, *N* là điểm thuộc miền trong tam giác *ACD*. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) *(AMN)* và *(BCD)* b) *(CMN)* và *(ABD)*.

Bài tập 7: Cho tứ diện ABCD. Điểm M nằm trên AB sao cho $AM = \frac{1}{4}MB$, *N* nằm trên *AC* sao cho *AN = 3NC*, điểm *I* nằm trong mặt phẳng (*BCD*). Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) *(MNI)* và *(BCD)*. b) *(MNI)* và *(ABD)*. c) *(MNI)* và *(ACD)*.

Bài tập 8: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *AD* và *BC*.

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (*IBC*) và mặt phẳng (*JAD*).

b) *M* là điểm trên *AB* và *N* là điểm trên *AC*. Tìm giao tuyến của (*IBC*) và (*DMN*)

Bài tập 8: Cho tứ diện *SABC*. Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *ABC* và *M, N, P* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB, BC, CA*. Điểm *E, F* lần lượt là 2 điểm trên *SB* và *SC*. Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (*SAN*) và (*SBP*). b) (*SCM*) và (*SBP*).

c) (*AEF*) và (*ABC*). d) (*AEF*) và (*ASG*).

Bài tập 10: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình thang với hai đáy là *AB* và *CD*. Tìm giao tuyến của:

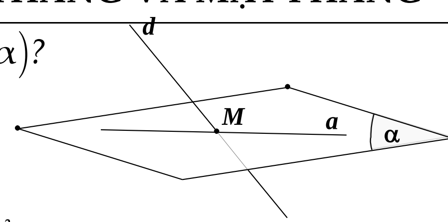
a) (*SAD*) và (*SBC*). b) (*SAC*) và (*SBD*)

Bài tập 11: Hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang hai đáy là *AD* và *BC*. Gọi *M, N* là trung điểm *AB, CD* và *G* là trọng tâm Δ*SAD*. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) (*GMN*) và (*SAC*). b) (*GMN*) và (*SBC*).

Dạng toán 2: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

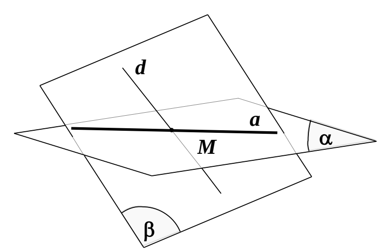
Phương pháp: Giả sử phải tìm giao điểm $d \cap mp(\alpha)$?



Phương pháp 1:

Bước 1: *Tìm* $a \subset (\alpha)$

Bước 2: *Chỉ ra được a, d nằm trong cùng mặt phẳng và chúng cắt nhau tại M:* $d \cap (\alpha) = M$ *(hình vẽ)*



Phương pháp 2:

Bước 1: *Tìm* (β) *chứa d thích hợp.*

Bước 2: *Tìm giao tuyến* a *của* (α) *và* (β)

Bước 3: *Xác định giao điểm của a và d.*

BÀI TẬP:

Bài tập 1: Cho tứ diện *SABC* với *M, N* lần lượt là các điểm nằm trong (*SAB*) và (*SBC*). Xác định giao điểm của *MN* và mặt phẳng (*ABC*).

Bài tập 2: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M* là trung điểm *AB*, *N* và *P* lần lượt là các điểm nằm trên *AC, AD* sao cho $AN : AC = 3 : 4$, $AP : AD = 2 : 3$. Gọi *Q* là trung điểm *NP* . Tìm giao điểm:

a) *MN* với (*BCD*). b) *BD* với (*MNP*). c) *MQ* với (*BCD*).

Bài tập 3: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AC* và *BC*. Trên đoạn *BD* lấy *P* sao cho $BP= 2PD$. Tìm giao điểm của:

a) *CD* với (*MNP*). b) *AD* với (*MNP*).

Bài tập 4: Cho hình chóp *S.ABC, O* là điểm thuộc *miền trong* tam giác *ABC*. Điểm *D* và *E* là các điểm nằm trên cạnh *SB, SC*. Tìm giao điểm của:

a) *DE* với (*SAO*). b) *SO* với (*ADE*).

Bài tập 5: Cho tứ diện *SABC*. Gọi *I, H* lần lượt là trung điểm *SA* và *AB.* Trên đoạn *SC* lấy điểm *K* sao cho $CK = 3KS$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng *BC* với (*IHK*).

b) Gọi *M* là trung điểm *HI*. Tìm giao điểm của đường thẳng *KM* với (*ABC*).

Bài tập 6: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy là hình thang *ABCD* đáy lớn *AB*. Gọi *I, J, K* là ba điểm trên cạnh *SA, SB, SC.*

a) Tìm giao điểm *IK* và (*SBD*). b) Giao điểm (*IJK*) và *SD*; *SC*.

Bài tập 7: Gọi *I, J* lần lượt là hai điểm nằm trên mp(*ABC*) và mp(*ABD*) của tứ diện *ABCD*. *M* là điểm tuỳ ý trên cạnh *CD*. Tìm giao điểm *IJ* và mặt phẳng (*AMB*).

Bài tập 8: Hình chóp *S.ABCD* đáy là hình bình hành với *M* là trung điểm *SD*.

a) Tìm giao điểm *I* của *BM* và (*SAC*). Chứng minh: $BI = 2IM$.

b) Tìm giao điểm *J* của của *SA* và (*BCM*). Chứng minh: *J* là trung điểm *SA*.

c) *N* là điểm tuỳ ý trên cạnh *BC*. Tìm giao điểm của *MN* với (*SAC*).

Bài tập 9: Cho tứ diện *ABCD* có các điểm *M* và *N* lần lượt là trung điểm của *AC* và *BC*. Lấy điểm *K* thuộc đoạn *BD* (*K* không là trung điểm *BD*). Tìm giao điểm của đường thẳng *AD* và mặt phẳng (*MNK*).

Bài tập 10: Cho hình chóp *S.ABCD*. Lấy *M, N* và *P* lần lượt là các điểm trên các đoạn *SA, AB* và *BC* sao cho chúng không trùng với trung điểm của các đoạn thẳng ấy. Tìm giao điểm (nếu có) của mặt phẳng (*MNP*) và các cạnh của hình chóp.

Bài tập 11: Cho hình chóp *S.ABCD.* Gọi *M, N* lần lượt là các điểm thuộc các cạnh *SC* và *BC*. Tìm giao điểm của đường thẳng *SD* và mặt phẳng (*AMN*).

Bài tập 12: Cho tam giác *ABC*. Gọi *O* là điểm không thuộc (*ABC*). Gọi *M* và *N* lần lượt là trung điểm của *OA* và *OB*, *P* là một điểm trên *OC* khác với trung điểm của *OC* và *G* là trọng tâm của tam giác *ABC*. Tìm giao điểm:

a) *BC* và mặt phẳng (*MNP*). b) *CG* và mặt phẳng (*MNP*).

c) *BG* và mặt phẳng (*MNP*).

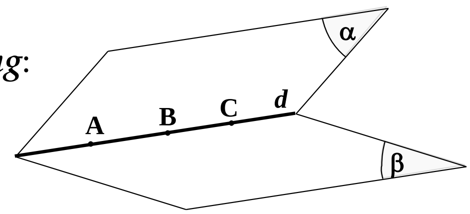
13) Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N* và *P* lần lượt là các điểm trên các cạnh *AC, CB, BD*. Tìm giao điểm:

a) *CP* và mặt phẳng (*MND*). b) *AP* và mặt phẳng (*MND*).

Dạng toán 3: CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG VÀ BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

Phương pháp:

Bài toán: ***Chứng minh A; B; C thẳng hàng***:



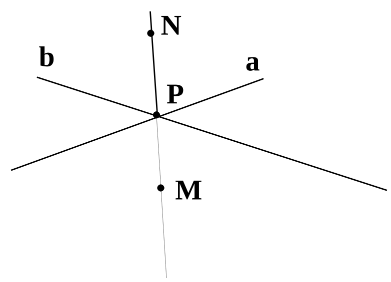
Chỉ rõ *A, B, C* $\in \text{mp}(\alpha)$;

Chỉ rõ *A, B, C* $\in \text{mp}(\beta)$.

Kết luận: *A, B, C* $\in \text{mp}(\alpha) \cap \text{mp}(\beta)$.

Suy ra *A, B, C* thẳng hàng.

Bài toán: ***Chứng minh a ; b ; MN đồng quy***:



Đặt $a \cap b = P$.

Chứng minh M, N, P thẳng hàng

Kết luận: *MN, a, b* đồng quy tại *P*.

BÀI TẬP:

Bài tập 1: Cho *A, B, C* không thẳng hàng ở ngoài mặt phẳng (α). Gọi *M, N, P* lần lượt là giao điểm *AB, BC, AC* với mặt phẳng (α). Chứng minh *M, N, P* thẳng hàng.

Bài tập 2: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy *ABCD* là hình bình hành với *O* là giao điểm hai đường chéo. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm *SA* và *SD*. Chứng minh ba đường thẳng *SO, BN, CM* đồng quy.

Bài tập 3: Cho tứ diện *ABCD*. Mặt phẳng (α) không song song *AB* cắt *AC, BC, AD, BD* lần lượt tại *M, N, R, S*. Chứng minh *AB, MN, RS* đồng quy.

Bài tập 4: Hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang hai đáy là *AD* và *BC*. Gọi *M, N* là trung điểm *AB, CD* và *G* là trọng tâm *ΔSAD*. Tìm giao tuyến của:

a) (*GMN*) và (*SAB*). b) (GMN) và (SCD).

c) Gọi giao điểm của *AB* và *CD* là *I, J* là giao điểm của hai giao tuyến của câu a) và câu b) Chứng minh: *S; I; J* thẳng hàng.

Bài tập 5: Cho tứ diện *SABC*. Trên *SA, SB* và *SC* lần lượt lấy các điểm *D, E* và *F* sao cho *DE* cắt *AB* tại *I, EF* cắt BC tại *J, FD* cắt *CA* tại *K*. Chứng minh: Ba điểm *I, J, K* thẳng hàng.

Bài tập 6: Cho tứ diện *SABC* có *D, E* lần lượt là trung điểm *AC, BC* và *G* là trọng tâm tam giác *ABC*. Mặt phẳng (α) qua *AC* cắt *SE, SB* lần lượt tại *M, N*. Một mặt phẳng (β) qua *BC* cắt *SD* và *SA* lần lượt tại *P* và *Q*.

a) Gọi $I=AM\cap DN$, $J=BP\cap EQ$. Chứng minh 4 điểm *S, I, J, G* thẳng hàng.

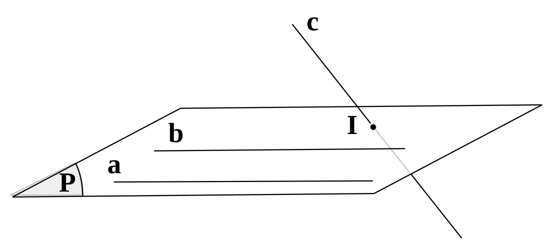
b) Giả sử $AN\cap DM=K$, $BQ\cap EP=L$. Chứng minh ba điểm *S, K, L* thẳng hàng.

Bài tập 7: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I* là trung điểm của *AB*, *J* là một điểm tuỳ ý thuộc cạnh *BC* sao cho *BC* sao cho *IJ* không song song với *AC*, *G* là trọng tâm của tam giác *ACD*, gọi $P=(GIJ)\cap AD$. Chứng minh: Ba đường thẳng *IJ, AC* và *PG* đồng quy.

Chủ đề 2:

HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

I- LÝ THUYẾT



1. ĐỊNH NGHĨA:

* Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng ***không đồng phẳng***;

* Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng ***đồng phẳng*** và ***không có điểm chung***.

2. CÁC ĐỊNH LÍ VÀ TÍNH CHẤT:

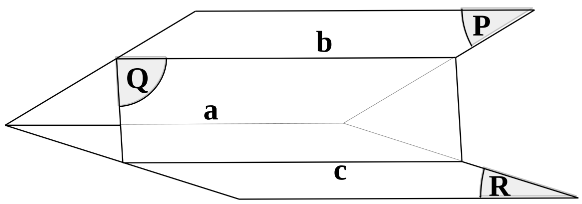
Định lí 1:

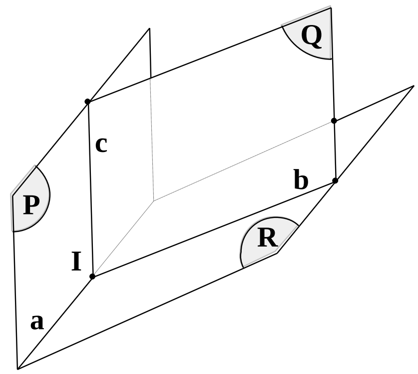
Qua điểm *A* cho trước không nằm trên đường thẳng *b* cho trước, có một và chỉ một đường thẳng *a* song song với *b*.

Định lí 2: (***Giao tuyến của ba mặt phẳng***)

Ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

Tóm tắt: $\begin{cases}(P)\cap(R)=a\\(Q)\cap(P)=b\\(Q)\cap(R)=c\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a//b//c\\a,\ b,\ c \text{ dong quy}\end{array}\right.$

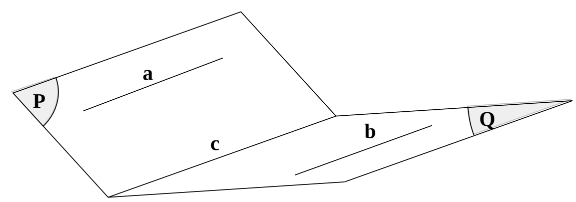




Hệ quả:

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (*nếu có*) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

Tóm tắt: $\begin{cases}a//b\\a\subset(P);\ b\subset(Q)\\(P)\cap(Q)=c\end{cases}\Rightarrow c//a//b$



Định lí 3: (***Tính chất bắc cầu***)

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Tóm tắt: $\begin{cases}a//c\\b//c\end{cases}\Rightarrow a//b$

II- MỘT SỐ DẠNG TOÁN

Dạng 1: Chứng minh hai đường thẳng song song

Phương pháp:

**Để chứng minh hai đường thẳng song song ta sử dụng một trong các cách sau:*

a) Sử dụng các phương pháp chứng minh đường thẳng song song trong mp (các định lí về đường thẳng song song, đường trung bình trong tam giác, định lí Thalét đảo)

b) Sử dụng định lí 2, 3 hoặc hệ quả.

Dạng 2: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song

Phương pháp:

1) Tìm hai điểm chung của hai mặt phẳng.

2) Sử dụng hệ quả.

- Tìm một điểm chung của hai mặt phẳng.
- Tìm phương giao tuyến (tức chứng minh giao tuyến song song với một đường thẳng đã có)

Suy ra: Giao tuyến là đường thẳng qua điểm chung và có phương nói trên.

III- BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I, J, K, L* theo thứ tự là trung điểm của các cạnh *AB, BC, CD, DA*. Chứng minh rằng: *IJ//KL* và *JK//IL.*

Bài tập 2: Hình chóp *S.ABCD*, đáy *ABCD* là hình bình hành. Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau:

a) (*SAB*) và (*SCD*). b) (*SBC*) và (*SAD*).

Bài tập 3: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy là hình thang với các cạnh đáy là *AB* và *CD*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *DA* và *BC* và *G* là trọng tâm tam giác *SAB.*

a) Tìm giao tuyến của (*SAB*) và (*IJG*).

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (*IJG*). Thiết diện là hình gì? Tìm điều kiện đối với *AB* và *CD* để thiết diện là hình bình hành.

Bài tập 4: Hình chóp *S.ABCD*, đáy *ABCD* là hình bình hành. Lấy một điểm *M* thuộc cạnh *SC*. Mặt phẳng (*ABM*) cắt cạnh *SD* tại điểm *N*. Chứng minh: *NM// CD.*

Bài tập 5: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I, J* lần lượt là trọng tâm các tam giác *ABC* và *ADC*. Chứng minh rằng: *IJ // BD.*

Bài tập 6: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy *ABCD* là hình thang với các cạnh đáy *AB* và *CD* (*AB* > *CD*). Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SA* và *SB*.

a) Chứng minh: *MN // CD.*

b) Tìm giao điểm *P* của *SC* và mặt phẳng (*ADN*).

c) Kéo dài *AN* và *DP* cắt nhau tại *I*. Chứng minh *SI//AB//CD*. Tứ giác *SABI* là hình gì?

Bài tập 7: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N, P, Q, R, S* lần lượt là trung điểm của *AB, CD, BC, AD, AC, BD*. Chứng minh *MPNQ* là hình bình hành. Từ đó suy ra 3 đoạn thẳng *MN, PQ, RS* cắt nhau tại trung điểm của mỗi đoạn.

Bài tập 8: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy *ABCD* là hình thang với các cạnh đáy *AD*, *BC*. Gọi *I, J* lần lượt là trọng tâm các tam giác *SAD* và *SBC*. Xác định giao tuyến:

a) (*ADJ*) và (*SBC*). b) (*BCI*) và (*SAD*).

Bài tập 9: Cho tứ diện đều *ABCD* cạnh *a*. Gọi *I, J* lần lượt là trung điểm của *AC* và *BC*. Gọi *K* là một điểm trêm cạnh *BD* với *KB* = 2*KD.*

a) Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (*IJK*).

b) Chứng minh thiết diện là hình thang cân. Tính diện tích thiết diện theo *a*.

Bài tập 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với đáy là AD và BC. Biết $AD = a$, $BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD lần lượt tại P, Q.

a) Chứng minh MN song song với PQ.

b) Giả sử AM và BP tại E; CQ cắt DN tại F. Chứng minh rằng EF song song với MN và PQ. Tính EF theo a và b.

Bài tập 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và BD; E là một điểm thuộc cạnh AD khác với A và D.

a) Xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (IJE).

b) Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

c) Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và vị trí của E trên cạnh AD để thiết diện là hình thoi.

Bài tập 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một tứ giác lồi. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SAD; E là trung điểm của CB.

a) Chứng minh rằng: $MN // BD$.

b) Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNE).

c) Gọi H và L lần lượt là các giao điểm của mặt phẳng (MNE) với các cạnh SB và SD. Chứng minh rằng: $LH // BD$.

Chủ đề 3: ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

I. LÝ THUYẾT

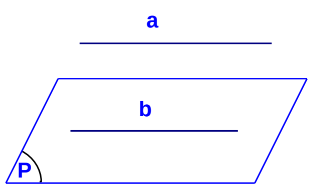
* ĐỊNH NGHĨA

Đường thẳng a được gọi là song song với mp(P) khi chỉ khi: $a \cap \text{mp}(P) = \varnothing$

Vấn đề 1: Chứng minh đường thẳng *a* song song mp(P)

Phương pháp: *Một số phương pháp thường dùng:*

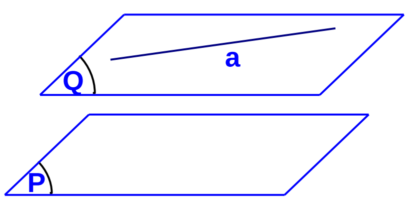
Phương pháp 1:



$$\begin{cases} a \not\subset (P) \\ b \subset (P) \Rightarrow a//(P) \\ a//b \end{cases}$$

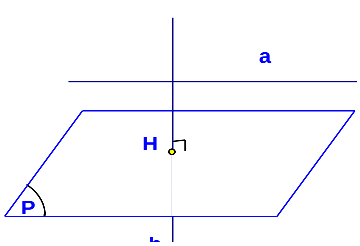
Như vậy: *Bài toán chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng được đưa về bài toán c/m 2 đthẳng song song. Ta sử dụng lại các kết quả đã biết.*

Phương pháp 2: Dùng hệ quả:



$$\begin{cases} (P)//(Q) \\ a \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow a//(P)$$

Phương pháp 3: Dùng hệ quả:

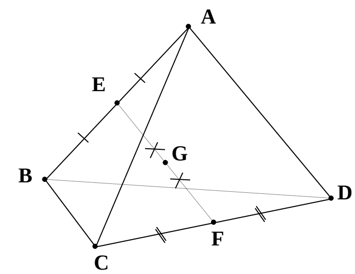


$$\begin{cases} a \not\subset (P) \\ b \perp (P) \Rightarrow a//(P) \\ a \perp b \end{cases}$$

CHÚ Ý:

1) Đường thẳng *a* song song với mp(*P*) thì đường thẳng *a* *không song song với mọi đường thẳng thuộc mp(P).*

2) **TRỌNG TÂM *G* của tứ diện** *ABCD* là trung điểm đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện.



*** LUYỆN TẬP**

Bài tập 1: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I, J* là trung điểm của *BC* và *CD.*

a) Chứng minh rằng *BD* // (*AIJ*).

b) Gọi *H, K* là trọng tâm của các tam giác *ABC* và *ACD.*

Chứng minh rằng: *HK* // (*ABD*).

Bài tập 2: Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình bình hành. Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *SAB* và *E* là điểm trên cạnh *AD* sao cho *DE* = 2*EA*. Chứng minh rằng: *GE* // (*SCD*).

Bài tập 3: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *AB* và *CD.*

a) Chứng minh: $MN//(SBC)$ và $MN//(SAD)$.

b) Gọi *P* là trung điểm *SA*. Chứng minh: *SB* và *SC* song song với mặt phẳng (*MNP*).

c) Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác *ABC* và *SBC*.

Chứng minh: G_1G_2// (*SAC*).

Bài tập 4: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *ABD*, *M* trên *BC* sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh: *MG* // (*ACD*).

Bài tập 5: Cho tứ diện *ABCD*, *G* là trọng tâm tam giác *ABD*. Trên đoạn *BC* lấy điểm *M* sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh rằng: $MG//(ACD)$.

Bài tập 6: Cho hai bình hành *ABCD* và *ABEF* không cùng nằm trong một mặt phẳng.

a) Gọi *O* và *O'* lần lượt là tâm *ABCD* và *ABEF*.

Chứng minh: *OO'*// (*ADF*); *OO'*// (*BCE*).

b) Trên *AE* và *BD* lấy *M* và *N* sao cho $AM = \frac{1}{3}AE;\ BN = \frac{1}{3}BD$.

Chứng minh: *MN*// mp(*CDEF*).

Bài tập 7: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi G_1, G_2 lần lượt là các trọng tâm của các tam giác *ACD* và *BCD*. Chứng minh rằng: G_1G_2 song song với các mặt phẳng (*ABC*) và (*ABD*).

Bài tập 8: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành *ABCD*. Gọi *G* là trọng tâm của tam giác *SAB* và *I* là trung điểm của *AB*. Lấy điểm *M* trong đoạn *AD* sao cho *AD* = 3*AM*.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (*SAD*) và (*SBC*).

b) Đường thẳng qua *M* và song song với *AB* cắt *CI* tại *N*. Chứng minh: *NG* // (*SCD*).

c) Chứng minh: *MG* // (*SCD*).

Bài tập 9: Cho hình chóp *S.ABCD* với đáy là hình thang *ABCD*, đáy lớn là *AD* và *AD* = 2*BC*. Gọi *O* là giao điểm của *AC* và *BD*, *G* là trọng tâm của tam giác *SCD*.

a) Chứng minh rằng: *OG* // (*SBC*).

b) Cho *M* là trung điểm của *SD*. Chứng minh rằng: *CM* // (*SAB*).

c) Giả sử điểm *I* nằm trong đoạn *SC* sao cho $SC = \frac{3}{2}SI$. Chứng minh: *SA* // (*BID*).

Bài tập 10: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB* và *AC*.

a) Xét vị trí tương đối của đường thẳng *MN* và mặt phẳng (*BCD*).

b) Gọi *d* là giao tuyến của hai mặt phẳng (*DMN*) và (*DBC*).

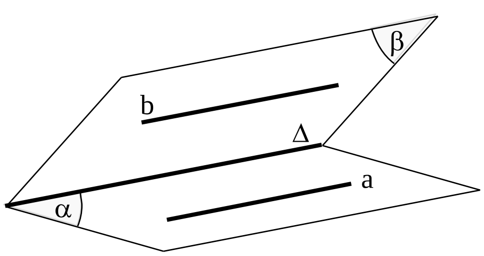
Xét vị trí tương đối của *d* và mặt phẳng (*ABC*).

Vấn đề 2: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

Phương pháp:

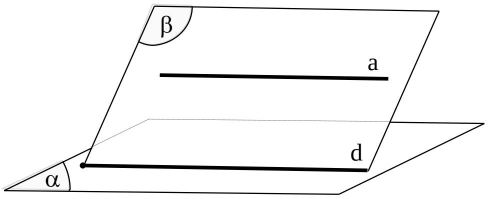
Việc xác định thiết diện của một khối chóp và 1 mặt phẳng đã được đề cập trong các chủ đề trước. Trong chủ đề này, chúng ta sẽ sử dụng một số kết quả để xác định thiết diện.

KẾT QUẢ 1: Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng *a*, *b* song song thì giao tuyến của chúng (*nếu có*) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.



$$\begin{cases} a // b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = \Delta // a // b$$

KẾT QUẢ 2: Cho trước đường thẳng *a* song song với mặt phẳng (α). Nếu mặt phẳng (β) chứa *a* và cắt (α) theo giao tuyến *d* thì *d* song song với *a*.



$$\begin{cases} a//(\alpha) \\ a\subset(\beta) \\ (\alpha)\cap(\beta)=d \end{cases} \Rightarrow d//a$$

KẾT QUẢ 3: Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (*nếu có*) cũng song song với đường thẳng này.

$$\begin{cases} a//(\alpha) \\ a//(\beta) \\ (\alpha)\cap(\beta)=d \end{cases} \Rightarrow d//a$$

*** LUYỆN TẬP**

Bài tập 1: Cho hình chóp *S.ABCD*. Gọi *M* và *N* là hai điểm trên *AB* và *CD*, (α) là mặt phẳng qua *M, N* và song song với *SA*. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α).

Bài tập 2: Cho hình chóp *S.ABCD*. Gọi *M* và *N* là hai điểm bất kỳ trên *SB* và *CD*, (α) là mặt phẳng qua *M, N* và song song với *SC*. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α).

Bài tập 3: Cho hình chóp *S.ABC*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB* và *SC*. Trên đoạn *BM* lấy điểm *H*, mặt phẳng (*P*) qua *H* và song song với *CM* và *BN* cắt hình chóp theo một thiết diện. Tìm thiết diện đó.

Bài tập 4: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy là hình bình hành *ABCD*. Gọi *H* là giao điểm các đường chéo của đáy. Gọi *I* là điểm trên đoạn *AH*. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (*P*) đi qua *I* và song song với các đường thẳng *SA* và *BD* cắt hình chóp.

Bài tập 5: Cho tứ diện *ABCD*. Hãy xác định thiết diện của hình tứ diện *ABCD* khi cắt bởi mặt phẳng (*P*) trong các trường hợp sau:

a) Mặt phẳng (*P*) đi qua *trọng tâm G* của tứ diện, qua điểm *E* thuộc cạnh *BC* và song song với cạnh *AD*.
b) Đi qua trọng tâm của tứ diện và song song với *BC* và *AD*.

Bài tập 6: Cho hình chóp *S.ABC*. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *ABC*, *M* là trung điểm cạnh *SB*. Trên đoạn thẳng *SM* lấy điểm *E*. Mặt phẳng (α) đi qua *E* và song song với *AM, SG*. Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mp(α).

Bài tập 7: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M* là trung điểm của *AB* và *N* là một điểm thuộc cạnh *CD* không trùng với *C* và *D*. Mặt phẳng (*P*) qua *M, N* và song song với *BC*.

a) Hãy xác định thiết diện của hình tứ diện khi cắt bởi mp(*P*).

b) Xác định vị trí của điểm *N* trên *CD* sao cho thiết diện là một hình bình hành.

Bài tập 8: Cho hình chóp *S.ABC*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB, SC*. Trên đoạn *AM* ta lấy điểm *H*. Mặt phẳng (*P*) đi qua *H,* song song với *CM* và *BN,* cắt hình chóp theo một thiết diện. Hãy xác định thiết diện đó.

Bài tập 9: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành *ABCD*. Gọi *M* là một điểm di động trên đoạn *AB*. Một mặt phẳng (α) đi qua *M* và song song với *SA* và *BC*; (α) cắt *SB, SC* và *CD* lần lượt tại *N, P* và *Q.*

a) Tứ giác *MNPQ* là hình gì?

b) Gọi *I* là giao điểm của *MN* và *PQ*. Chứng minh rằng *I* nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài tập 10: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang có đáy lớn *BC*= 2*a*, *AD*= *a*, *AB*= *b*. Mặt bên *SAD* là tam giác đều, (α) là mặt phẳng qua điểm *M* trên cạnh *AB* và song song với *SA* và *BC*, (α) cắt *CD, SC, SB* lần lượt tại *N, P, Q.*

a) Chứng minh thiết diện *MNPQ* là hình thang cân.

b) Tính diện tích thiết diện theo *a, b* và $x = AM$ ($0 < x < b$). Tính giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện đó.

Bài tập 11: Cho tứ diện đều *ABCD* cạnh *a*. Gọi *I* là trung điểm *AC*, *J* là một điểm trên cạnh *AD* sao cho *AJ*= 2*JD*. Gọi *M* là điểm di động trong tam giác *BCD* sao cho mặt phẳng (*IMJ*) luôn song song với *AB*.

a) Tìm tập hợp điểm *M*.

b) Tính diện tích thiết diện của tứ diện *ABCD* với mặt phẳng (*IMJ*).

Bài tập 12: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành *ABCD, O* là giao điểm của *AC* và *BD, M* là trung điểm của *SA.* Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp *S.ABCD* nếu (α) qua *M* và đồng thời song song với *SC* và *AD.*

Chủ đề 4: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

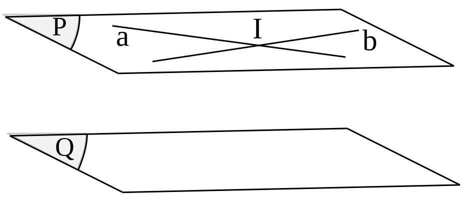
I- LÝ THUYẾT

1- ĐỊNH NGHĨA: *Hai mp(P) và mp(Q) được gọi là song song* $\Leftrightarrow$ $\text{mp}(P) \cap \text{mp}(Q) = \varnothing$

II- MỘT SỐ KẾT QUẢ:

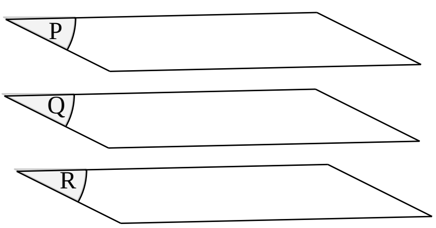
1. **Phương pháp chứng minh 2 mp(*P*) và mp(*Q*) song song:**

PHƯƠNG PHÁP 1: Chỉ rõ trong mặt phẳng (*P*) tồn tại hai đường thẳng cắt nhau và cùng song song với mặt phẳng (*Q*) (Hoặc *ngược lại*).



$$\begin{cases} a \subset (P) \\ b \subset (P) \\ a \times b = \{I\} \\ a // (Q) \\ b // (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$

PHƯƠNG PHÁP 2: Chứng minh mặt phẳng (*P*) và mặt phẳng (*Q*) phân biệt cùng song song với mặt phẳng (*R*).

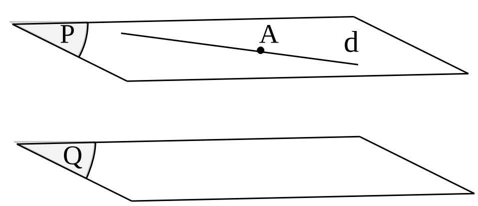


$$\begin{cases} (P) \cap (Q) = \varnothing \\ (P) // (R) \\ (Q) // (R) \end{cases} \Rightarrow (P) // (Q)$$

2. **Một số kết quả quan trọng:**

KẾT QUẢ 1: Cho hai mặt phẳng (*P*) và mặt phẳng (*Q*) song song với nhau, điểm *A* nằm trên mp(*P*). Lúc đó, *mọi đường thẳng d qua A thuộc mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).*

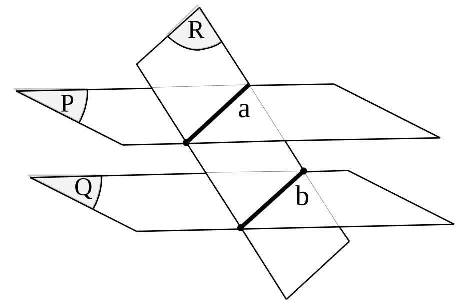
$$\begin{cases} (P) // (Q) \\ A \in d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow d // (Q)$$



(*Thêm 1 công cụ chứng minh đường thẳng song song mặt phẳng*)

KẾT QUẢ 2: Cho 2 mặt phẳng song song với nhau. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và giao tuyến tương ứng của chúng song song với nhau.

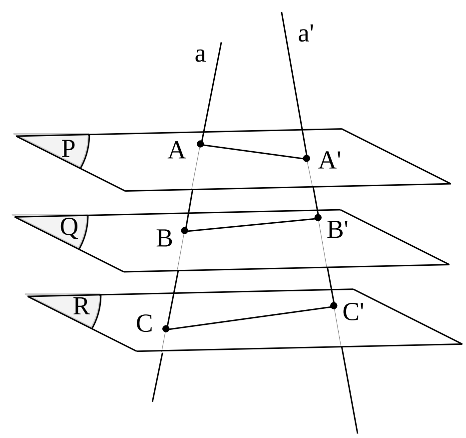
$$\begin{cases} (P)//(Q) \\ (P)\cap(R)=a \Rightarrow a//b \\ (Q)\cap(R)=b \end{cases}$$



Chú ý: *Hai mp song song chắn trên hai **cát tuyến** bất kì những đoạn thẳng bằng nhau.*

KẾT QUẢ 3: (**Định lý THALÈS**) Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyết bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CA}{C'A'}$$



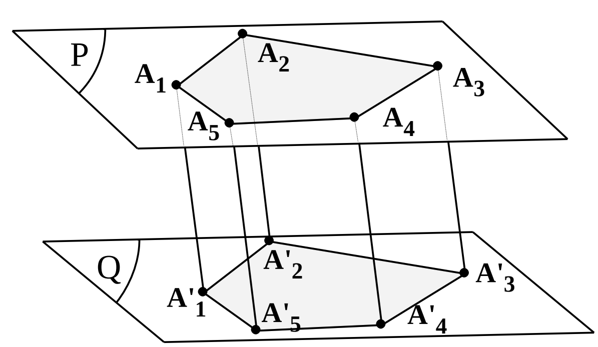
3.Khái niệm HÌNH LĂNG TRỤ và HÌNH HỘP:

HÌNH LĂNG TRỤ:

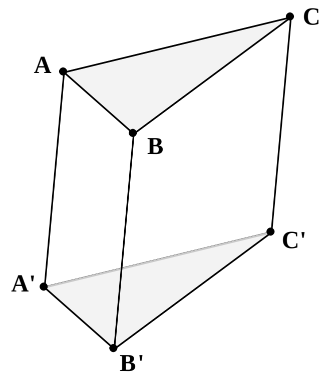
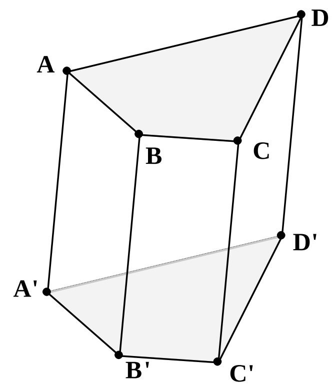
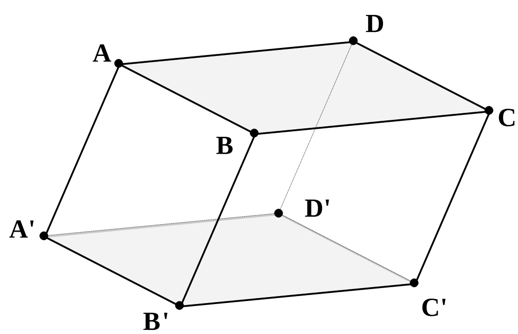
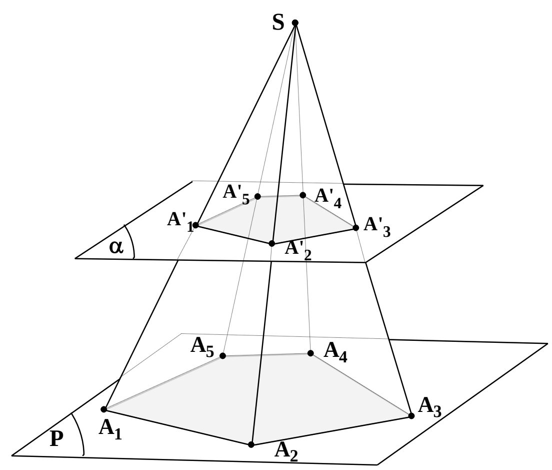
$A_1A_2A_3A_4A_5.A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5$

Nhận xét:

1. Các mặt bên là hình bình hành
2. Các cạnh bên bằng nhau.
3. Hai đa giác đáy bằng nhau.



Lưu ý: *Tuỳ theo tính chất đa giác đáy mà hình lăng trụ có tên gọi khác nhau.*

HÌNH LĂNG TRỤ TAM GIÁC.	**HÌNH LĂNG TRỤ TỨ GIÁC.**
	
<u>HÌNH HỘP:</u> *Là hình lăng trụ có* **đáy là hình hình hành.**	**HÌNH CHÓP CỤT** $A_1A_2A_3A_4A_5.A'_1A'_2A'_3A'_4A'_5$
	

II- LUYỆN TẬP

<u>Vấn đề 1:</u> CHỨNG MINH HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

<u>Bài tập 1:</u> Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành tâm *O*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SA* và *CD.*

a) Chứng minh: (*OMN*) // (*SBC*).

b) Gọi *I* là trung điểm của *SC* và *J* là điểm nằm trên mp(*ABCD*) cách đều *AB* và *CD*. Chứng minh: *IJ* // (*SAB*).

c) Giả sử các tam giác *SAB* và *ABC* cân tại *A*. Gọi *AE* và *AF* là các đường phân giác trong của các tam giác *ACD* và *SAB*. Chứng minh: *EF* // (*SAD*).

Bài tập 2: Cho hai hình vuông *ABCD* và *ABEF* không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên *AC* và *BF* lần lượt lấy *M* và *N* sao cho *AM* = *BN*. Các đường thẳng song song với *AB* vẽ từ *M*, *N* lần lượt cắt *AD*; *AF* tại *M′*, *N′*.

a) Chứng minh: (*CBE*) // (*ADF*).

b) Chứng minh: (*DEF*) // (*MNN′M′*).

c) Gọi *I* là trung điểm của *MN*. Tìm tập hợp *I* khi *M*, *N* di động.

Bài tập 3: Cho tứ diện *ABCD* có *AB* = *AC* = *AD*. Chứng minh rằng: Các đường phân giác ngoài của các góc $\widehat{BAC}$, $\widehat{CAD}$, $\widehat{DAB}$ đồng phẳng.

Bài tập 4: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành tâm *O*. Gọi *M*, *N* là trung điểm của *SA*, *SD*.

a) Chứng minh: (*OMN*) // (*SBC*).

b) Gọi *P* và *Q* lần lượt là trung điểm của *AB* và *ON*. Chứng minh: *PQ* // (*SBC*).

Bài tập 5: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *I* và *J* là hai điểm di động lần lượt trên *AD* và *BC* sao cho $\frac{IA}{ID}=\frac{JB}{JC}$. Chứng minh: *IJ* luôn song song với một mặt phẳng cố định.

Bài tập 6: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành. Gọi *H*, *I*, *K* lần lượt là trung điểm của *SA*, *SB*, *SC*.

a) Chứng minh: (*HIK*) // (*ABCD*).

b) Gọi *M* là giao điểm của *AI* và *KD*, *N* là giao điểm của *DH* và *CI* .

Chứng minh: (*SMN*) //(*HIK*).

Bài tập 7: Cho hình hộp *ABCD.A′B′C′D′*.

a) Chứng minh: (*BA′D*) // (*B′D′C*).

b) Chứng minh: *AC′* qua trọng tâm *G* và *G′* của tam giác *A′BD* và *CB′D′*.

Bài tập 8: Cho hình chóp *S.ABCD*, đáy là hình bình hành tâm *O*. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm *SA* ,*CD*.

a) Chứng minh: (*OMN*) //(*SBC*).

b) Giả sử các tam giác *SAD*, *ABC* cân tại *A*. Gọi *AE*, *AF* là các đường phân giác trong trong các tam giác *ACD* và *SAB*. Chứng minh: *EF* //(*SAD*).

Bài tập 9: Cho hai hình vuông *ABCD*, *ABEF* không cùng thuộc một mặt phẳng. Trên các đường chéo *AC*, *BF* lần lượt lấy các điểm *M* ,*N* sao cho *AM* = *BN*. Các đường thẳng song song với *AB* kẽ từ *M*, *N* lần lượt cắt *AD*, *AF* tại *M′*, *N′*.

a) Chứng minh: (*CBE*) //(*ADF*).

b) Chứng minh: (*DEF*)//(*MNN′M′*).

Bài tập 10: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác *ABC, ACD, ABD*. Chứng minh rằng: $(G_1G_2G_3)//(BCD)$.

Bài tập 11: Cho hình lăng trụ *ABC.A′B′C′* có các cạnh bên là *AA′, BB′, CC′*. Gọi *I, I′* lần lượt là trung điểm của hai cạnh *BC* và *B′C′*.

a) Chứng minh rằng: $AI//A'I'$.

b) Tìm giao điểm của *IA′* với mặt phẳng (*AB′C′*).

c) Tìm giao tuyến của (*AB′C′*) và (*ABC*).

Bài tập 12: Cho hình lăng trụ *ABC.A′B′C′*. Gọi *H* là trung điểm của *A′B′*.

a) Chứng minh rằng: $CB'//(AHC')$.

b) Tìm giao tuyến *d* của hai mặt phẳng (*AB′C′*) và (*ABC*).

Bài tập 13: Cho hình lăng trụ tứ giác *ABCD.A′B′C′D′*.

a) Chứng minh rằng hai đường chéo *AC′* và *A′C* cắt nhau và hai đường chéo *BD′* và *B′D* cắt nhau.

b) Cho *E* và *F* lần lượt là trung điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*.

Chứng minh rằng: $MN = EF$.

Vấn đề 2:	**BÀI TOÁN THIẾT DIỆN**

Bài tập 1: Cho tứ diện *ABCD*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm cạnh *AB* và *CD*, *E* là điểm chia *BC* theo tỉ số *BE:EC* = 2 : 1. Trên đoạn thẳng *AM* lấy điểm *H*. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua *H* và song song với mặt phẳng (*MNE*) cắt tứ diện đã cho.

Bài tập 2: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy là hình bình hành *ABCD*. Gọi *M, N, E* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB, AD, SC*. Trên đoạn *AM* lấy điểm *K*. Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua *K* song song với (*MNE*) cắt hình chóp.

Bài tập 3: Cho hình chóp *S.ABCD* đáy là hình bình hành *ABCD*. Gọi *E* là trung điểm *SC*, *H* là giao điểm các đường chéo đáy hình chóp. Trên đoạn *AH* lấy điểm *M*. Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua *M* song song với mặt phẳng (*BDE*) cắt hình chóp.

Bài tập 4: Cho lăng trụ *OAB.O′A′B′*. Gọi *M, E, F* là điểm nằm giữa các đoạn *OA, OB, OE*. Điểm *H* thuộc đoạn *AA′* sao cho $AH = 2HA'$. Dựng thiết diện giữa lăng trụ và các mặt phẳng sau:

a) (*B′HE*). b) (*MHE*). c) qua *ME* và // *O′A*.

d) qua *ME* và // *OB′*. e) qua *MB* và // *A′E*. f) qua *E* và // *OB′* và // *BM*.

Bài tập 5: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành với *AB = a; AD = 2a*, mặt bên *SAB* là tam giác vuông cân tại *A*. Trên *AD* lấy *M*, đặt *AM = x (0 < x < 2a)*. Mặt phẳng (α) qua *M* và song song với mp(*SAB*) cắt *BC; SC; SD* tại *N, P, Q*.

a) Chứng minh: *MNPQ* là hình thang vuông.

b) Gọi *I* là giao điểm của *MQ* và *NP*. Tìm tập hợp *I* khi *M* chạy trên *AD*.

c) Tính diện tích *MNPQ* theo a và x.

Bài tập 6: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình bình hành tâm *O* có $AC = a$; $BD = b$; tam giác *SBD* đều. Mặt phẳng (α) di động song song với mp(*SBD*) qua *I* trên đoạn *AC*.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(α).

b) Tính diện tích S của thiết diện theo a, b và $x = AI$.

c) Tìm x để S đạt giá trị lớn nhất.

Bài tập 7: Cho hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*) thoả mãn (*P*) //(*Q*), $\Delta ABC \subset (P)$; $MN \subset (Q)$.

a) Tìm giao tuyến của (*MAB*) và (*Q*); giao tuyến của (*NAC*) và (*Q*).

b) Tìm giao tuyến của (*MAB*) và (*NAC*).

Bài tập 8: Cho tứ diện *ABCD*, gọi G_1; G_2; G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác *ABC*, *ACD*, *ABD*.

a) Chứng minh $(G_1G_2G_3)$ // (*BCD*).

b) Tìm thiết diện của tứ diện cắt bởi $(G_1G_2G_3)$. Tính diện tích thiết diện theo diện tích của tam giác *BCD*.

c) Điểm M di động trong tứ diện sao cho G_1M // (*ACD*). Tìm tập hợp điểm *M*.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TỔNG HỢP

(Bản tổng hợp 01)

Câu 1. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Ba điểm phân biệt luôn cùng thuộc mặt mặt phẳng duy nhất.

B. Có duy nhất một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

C. Ba điểm bất kì chỉ thuộc một mặt phẳng.

D. Có đúng một mặt phẳng đi qua ba điểm cho trước.

Câu 2. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn vô số điểm chung khác nữa.

B. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó có duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua hai đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua hai đường thẳng cắt nhau có duy nhất một mặt phẳng.

D. Qua hai đường thẳng song song có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Bốn điểm nào cũng không đồng phẳng.

B. Có ít nhất bốn điểm không đồng phẳng.

C. Có nhiều nhất ba điểm không đồng phẳng.

D. Ba điểm nào cũng không đồng phẳng.

Câu 5. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mà mỗi mặt phẳng đi qua ba điểm trong bốn điểm không đồng phẳng cho trước?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 6. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mà mỗi mặt phẳng đi qua ba điểm trong năm điểm cho trước, trong đó không có bốn điểm nào đồng phẳng cho trước?

A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.

Câu 7. Cho năm điểm, trong đó có ba điểm thẳng hàng. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mà mỗi mặt phẳng đi qua ít nhất ba trong năm điểm đã cho?

A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Câu 8. Cho bốn điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt, mà mỗi mặt phẳng đi qua ít nhất ba trong bốn điểm đã cho?

A. 1. B. 2. C. 4. D. 1 hoặc 4.

Câu 9. Trong mặt phẳng (α), cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong bốn điểm nói trên?

A. 4. B. 5. C. 6. D. 8.

Câu 10. Cho tam giác ABC. Lấy điểm I đối xứng với C qua trung điểm của cạnh AB. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $I \in (ABC)$.

B. $(ABC) \equiv (IBC)$.

C. $CI \not\subset (ABC)$.

D. $AI \subset (ABC)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi $AC \cap BD = I, AB \cap CD = J, AD \cap BC = K$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $(SAC) \cap (SBD) = SI$.

B. $(SAB) \cap (SCD) = SJ$.

C. $(SAD) \cap (SBC) = SK$.

D. $(SAC) \cap (SAD) = AB$.

Câu 12. Có nhiều nhất một mặt phẳng đi qua

A. một đường thẳng.

B. một đường thẳng và một điểm.

C. hai đường thẳng.

D. hai đường thẳng phân biệt.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy không phải là một hình thang. Gọi I là giao điểm của AD và BC, I là giao điểm của AC và BD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

A. SC. B. SD. C. SO. D. SI.

Câu 14. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

A. đồng quy B. tạo thành tam giác

C. trùng nhau D. cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 15. Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

A. đồng quy B. tạo thành tam giác

C. trùng nhau D. cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác. Thiết diện của hình chóp đó khi cắt bởi một mặt phẳng tùy ý **không thể** là

A. tam giác. B. tứ giác. C. ngũ giác. D. lục giác.

Câu 17. Cho một tứ diện. Khi đó

A. không có đường thẳng nào có điểm chung với cả bốn mặt của tứ diện.

B. không có đường thẳng nào có điểm chung với chỉ ba mặt của tứ diện.

C. không có đường thẳng nào có điểm chung với chỉ hai mặt của tứ diện.

D. không có đường thẳng nào có điểm chung với chỉ một mặt của tứ diện.

Câu 18. Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, AC, BD. Bốn trong sáu điểm M, N, P, Q, R, S **không** đồng phẳng là

A. M, N, P, Q. B. M, N, R, S.

C. M, P, R, S. D. N, Q, R, S.

Câu 20. Cho tam giác ABC và đường thẳng m. Khi đó

A. Nếu đường thẳng m cắt cạnh AB thì m phải cắt cạnh AC.

B. Nếu đường thẳng m cắt cạnh AB thì m phải cắt cạnh BC.

C. Nếu đường thẳng m cắt cả cạnh AB và AC thì m phải cắt cạnh BC.

D. Nếu đường thẳng m chỉ cắt cạnh AB mà không cắt cạnh AC và không cắt cạnh BC thì m không nằm trong mặt phẳng (ABC).

Câu 21. Cho đường thẳng a và điểm M không thuộc a. Xét hai đường thẳng phân biệt qua M và không có điểm chung với a. Khi đó

A. Cả hai đường thẳng đó đều song song với a.

B. Cả hai đường thẳng đó đều chéo với a.

C. Ít nhất một trong hai đường thẳng đó song song với a.

D. Ít nhất một trong hai đường thẳng đó chéo với a.

Câu 22. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A, kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD. Khi đó

A. Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.

B. Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.

C. Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.

D. Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

Câu 23. Cho hai đường thẳng phân biệt trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 24. Cho hai đường thẳng phân biệt trong mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 25. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên a, b. Gọi (α) là mặt phẳng chứa a và N, (β) là mặt phẳng chứa b và M. Khi đó

A. (α) và (β) không cắt nhau.

B. (α) và (β) có đúng hai điểm chung.

C. (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến a.

D. (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến MN.

Câu 26. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. không có. B. 1. C. 2. D. vô số.

Câu 27. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với b. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và c ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28. Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c ?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Đường thẳng GE song song với CD.

B. GE cắt CD.

C. GE và CD chéo nhau.

D. GE cắt (ACD).

Câu 30. Cho đường thẳng m cắt mặt phẳng (α). Một mặt phẳng (β) có điểm chung với m. Khi đó

A. (α) và (β) cắt nhau.

B. (α) và (β) song song với nhau.

C. Nếu (β) chứa m thì (α) và (β) cắt nhau.

D. Chưa kết luận được vị trí tương đối của (α) và (β).

Câu 31. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện $S.ABC$ có chu vi của thiết diện tính theo $AM = x$ là

A. $x(1+\sqrt{3})$.

B. $2x(1+\sqrt{3})$.

C. $3x(1+\sqrt{3})$.

D. $x(2+\sqrt{3})$.

Câu 32. Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau. Một đường thẳng a đi qua điểm A của mặt phẳng (α). Khi đó

A. a nằm trên (β).

B. a cắt (β).

C. a song song với (β).

D. Chưa kết luận được vị trí tương đối của a và (β).

Câu 33. Cho điểm A không thuộc mặt phẳng (α), đường thẳng a đi qua A. Khi đó

A. Đường thẳng a cắt mặt phẳng (α).

B. Đường thẳng a và mặt phẳng (α) có nhiều nhất một điểm chung.

C. Đường thẳng a song song với mặt phẳng (α).

D. Chưa kết luận được vị trí tương đối của a và (α).

Câu 34. Cho đường thẳng a cắt mặt phẳng (α). Khi đó

A. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều cắt a.

B. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều chéo với a.

C. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều chéo hoặc cắt a.

D. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với a.

Câu 35. Cho hai đường thẳng a, b song song và mặt phẳng (α). Khi đó

A. Nếu a song song với (α) thì b song song với (α).

B. Nếu a cắt (α) thì b cắt (α).

C. Nếu a nằm trong (α) thì b nằm trong (α).

D. Nếu b nằm trong (α) thì a song song với (α).

Câu 36. Cho ba mặt phẳng phân biệt, đôi một cắt nhau. Có bao nhiêu đường thẳng song song với cả ba mặt phẳng đó?

A. Không có. B. Có duy nhất một.

C. Có vô số. D. Có hai hoặc ba.

Câu 37. Cho hai mặt phẳng song song và mặt phẳng thứ ba cắt chúng. Gọi M là một điểm không thuộc cả ba mặt phẳng đó. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua M và song song với cả ba mặt phẳng đó?

A. Không có. B. Có duy nhất một.

C. Có vô số. D. Có hai hoặc ba.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M ở trên cạnh BC. $Mp(\alpha)$ qua M song song song với AB và CD. *Thiết diện của* (α) *với tứ diện là :*

A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Tứ giác lồi.

Câu 39. Cho hai đường thẳng a, b phân biệt cùng song song với một mặt phẳng. Khi đó

A. a và b song song với nhau.

B. a và b chéo nhau.

C. a và b cắt nhau.

D. Chưa kết luận được vị trí tương đối của a và b.

Câu 40. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Khi đó

A. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với a.

B. Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều chéo với a.

C. Có vô số đường thẳng nằm trong (α) và song song với a.

D. Có duy nhất một đường thẳng nằm trong (α) và song song với a.

Câu 41. Cho hai mặt phẳng song song (α), (β) và một đường thẳng a. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Nếu $a // (\alpha)$ thì $a \subset (\beta)$.
B. Nếu $a \subset (\alpha)$ thì $a // (\beta)$.
C. Nếu $a \subset (\beta)$ thì $a // (\alpha)$.
D. Nếu a cắt (α) thì a cắt (β).

Câu 42. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

D. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A. Mp(α) qua ba điểm M, B, C cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Tam giác. B. Hình thang. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

Câu 44. Hai cạnh của một tam giác song song với mặt phẳng (α). Khi đó

A. Cạnh thứ ba của tam giác đó có thể cắt (α).

B. Cạnh thứ ba của tam giác đó có thể nằm trong (α).

C. Cạnh thứ ba của tam giác đó song song với (α).

D. Chưa kết luận được.

Câu 45. Cho mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và điểm A không thuộc (α). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Có duy nhất mặt phẳng chứa A và song song với a.

B. Có duy nhất mặt phẳng chứa A và song song với b.

C. Có duy nhất mặt phẳng chứa A và song song với a và b.

D. Không tồn tại mặt phẳng nào chứa A và song song với a và b.

Câu 46. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào **sai ?**

A. $(AA'B'B)//(DD'C'C)$.

B. $(BA'D')//(ADC')$.

C. $A'B'CD$ là hình bình hành.

D. $BB'DC$ là một tứ giác đều.

Câu 47. Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng, khẳng định nào **sai**?

A. Có duy nhất một đường thẳng nằm trong (α) và song song với a.	S
B. Đường thẳng a không cắt một đường thẳng nào nằm trong (α).	S
C. Đường thẳng a song song với mọi đường thẳng nằm trong (α).	Đ
D. Đường thẳng a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (α).	S

Câu 48. Điền đúng (Đ), sai (S) với mỗi mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không thể song song với một đường thẳng.	S
B. Nếu hai cạnh của một hình bình hành cùng song song với một mặt phẳng thì mặt phẳng chứa hình bình hành song song với mặt phẳng đó.	Đ
C. Nếu hai cạnh bên của một hình thang (không là hình bình hành) cùng song song với một mặt phẳng thì mặt phẳng chứa hình thang song song với mặt phẳng đó.	S
D. Hai mặt phẳng cắt nhau không thể cùng song song với một	Đ

đường thẳng.	

Câu 49. Điền đúng (Đ), sai (S) với mỗi mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì chéo nhau.	S
B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.	Đ
C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì có thể lần lượt nằm trên hai mặt phẳng song song.	Đ
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không thể lần lượt nằm trên hai mặt phẳng cắt nhau.	S

Câu 50. Cho hai mặt phẳng. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng đó?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 51. Trên các cạnh *AB, BD, DC* của tứ diện *ABCD* lần lượt lấy các điểm *M, N, P* không trùng với các đỉnh của tứ diện đó. Xét thiết diện của tứ diện *ABCD* khi cắt bởi mặt phẳng (MNP). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một tam giác.

B. Thiết diện là một hình thang (chỉ có một cặp cạnh song song).

C. Thiết diện là một hình bình hành.

D. Thiết diện là một ngũ giác.

Câu 52. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. $Mp(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). B. $(BC'D)$. C. $(A'C'C)$. D. (BDA').

Câu 53.

Câu 54. Cho điểm *M* thuộc *miền trong* tam giác *ABD* của tứ diện *ABCD*. Xét thiết diện của tứ diện *ABCD* khi cắt bởi mặt phẳng chứa *M* và song song với mặt phẳng (ABC). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một tam giác.
B. Thiết diện là một tứ giác.
C. Thiết diện là một hình bình hành.
D. Thiết diện là một ngũ giác.

Câu 55. Xét thiết diện đi qua một điểm M thuộc đoạn thẳng AB *(không trùng với A, B)* của tứ diện $ABCD$ và song song với các đường thẳng AC, BD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một tam giác.
B. Thiết diện là một tứ giác.
C. Thiết diện là một hình bình hành.
D. Thiết diện là một ngũ giác.

Câu 56. Trên ba cạnh xuất phát từ một đỉnh của một hình hộp, lần lượt lấy ba điểm A, B, C không trùng với các đỉnh của hình hộp đó. Xét thiết diện của hình hộp đó khi cắt bởi mặt phẳng (ABC). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một lục giác.
B. Thiết diện là một ngũ giác.
C. Thiết diện là một tứ giác.
D. Thiết diện là một tam giác.

Câu 57. Trên ba cạnh song song với nhau của một hình hộp, lần lượt lấy ba điểm A, B, C không trùng với các đỉnh của hình hộp đó. Xét thiết diện của hình hộp đó khi cắt bởi mặt phẳng (ABC). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một lục giác.

B. Thiết diện là một ngũ giác.

C. Thiết diện là một hình bình hành hoặc một ngũ giác.

D. Thiết diện là một tam giác.

Câu 58. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', AB, BC lần lượt lấy các điểm M, N, P không trùng với các đỉnh của hình hộp đó. Xét thiết diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (MNP). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Thiết diện là một tam giác.
B. Thiết diện là một tứ giác.
C. Thiết diện là một ngũ giác.
D. Thiết diện là một lục giác.

Câu 59. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), hai đường thẳng chéo nhau a, b có hình chiếu lần lượt là hai đường thẳng a', b'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. a' và b' cắt nhau.

B. a' và b' song song với nhau.

C. a' và b' cắt nhau hoặc song song với nhau.

D. Chưa kết luận được.

Câu 60. Hình chiếu song song của một hình thang (chỉ có một cặp cạnh song song) **không thể** là hình nào sau đây?

A. Đoạn thẳng. B. Tam giác.

C. Hình thang. D. Hình bình hành.

Câu 61. Qua phép chiếu song song lên mặt phẳng (P), tam giác ABC có hình chiếu là tam giác $A'B'C'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hình chiếu của trực tâm tam giác ABC là trực tâm tam giác $A'B'C'$.

B. Hình chiếu của giao điểm của ba đường phân giác của tam giác ABC là giao điểm của ba đường phân giác của tam giác $A'B'C'$.

C. Hình chiếu của trọng tâm tam giác ABC là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

D. Hình chiếu của giao điểm của ba đường của tam giác ABC là giao điểm của ba đường trung trực của tam giác $A'B'C'$.

Câu 62. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.

B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng trùng nhau.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng song song.

D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.